ESFUERZO, FAMILIA Y CREDENCIALES EDUCATIVAS IMPERFECTAS:

¿Se esfuerzan más los hijos de las familias menos pudientes?

Autores:

Pérez de Villarreal, José María
Departamento de Economía
Universidad de Cantabria
perezjm@unican.es

Landeras Cicero, Pedro
Área de Gobierno de Empleo y Servicios al Ciudadano
Ayuntamiento de Madrid
landerascp@munimadrid.es

15 de julio de 2004

Abstract

En esta comunicación presentamos un modelo de esfuerzo estudiantil en el que se asocia el logro de un premio salarial con la acreditación de un nivel estándar de conocimientos cuando el proceso de acreditación se caracteriza por la existencia de ruido o interferencias. En este contexto, nuestro interés se centra en analizar la influencia de la posición económica familiar en el esfuerzo del estudiante. Suponemos que el "background" familiar afecta a la habilidad del estudiante, y que ésta junto con el esfuerzo influyen en el aprendizaje. Mostramos que una posición económica más alta genera un efecto de aversión al riesgo que tiende a vincular menores esfuerzos con familias más pudientes. También probamos que, si el nivel estándar requerido es aquel que más estimula el esfuerzo óptimo y si el grado de aversión al riesgo es suficientemente alto, este efecto predomina sobre los demás efectos concurrentes, en especial el asociado con la mayor productividad marginal del esfuerzo como consecuencia de un mejor "background" familiar.

1. Introducción

Hay análisis empíricos que muestran la existencia de cierta "histéresis educativa familiar", es decir, que los hijos de familias relativamente más educadas (y en consecuencia, con una posición económica y social más alta) alcanzan también niveles educativos mayores. Por ejemplo, Sansegundo (1998) aporta datos que evidencian que el porcentaje de quienes logran una titulación media y superior, cuyos padres también las obtuvieron, es sensiblemente mayor que el porcentaje de quienes lo logran teniendo padres con nivel educativo inferior. Sin embargo este fenómeno no implica necesariamente que los primeros se hayan esforzado más (hayan dedicado más horas y energías al estudio) que los segundos. Simplemente, puede reflejar el hecho de que han dispuesto de condiciones (ambiente y ayudas familiares de distinta índole) más favorables. En una sociedad donde se valora el mérito (predomine cierta " meritocracia"), la cuestión de quién se esfuerza más no es trivial.

En esta comunicación se aportan razones (no hechos) sobre esta cuestión. En concreto, se analiza la racionalidad de un estudiante para esforzarse menos (más) conforme su familia sea más (menos) rica. No hay (al menos, no la conocemos) demasiada literatura teórica sobre esta relación. Una excepción es Lin y Lay (1996), quienes, entre otras conclusiones, destacan que si el ocio es un bien normal, los hijos de las familias más ricas se mostrarán menos diligentes en los estudios. En este breve trabajo, recurrimos a la aversión al riesgo para racionalizar una conducta menos diligente por parte de este tipo de estudiantes. En nuestra argumentación, partimos del modelo de Becker y Rosen (1992) en el que se analizan los efectos sobre el esfuerzo estudiantil de evaluar el aprendizaje mediante un sistema de estándares en un contexto en el que se cometen errores de examen. A diferencia de este modelo, en el nuestro, además de considerar estudiantes que son renuentes al riesgo, introducimos una variable que incorpora la influencia de la familia.

Nuestra comunicación se organiza así: en la Sección 2 exponemos el modelo básico de determinación del esfuerzo estudiantil, en el que mostramos cómo, bajo la hipótesis de aversión al riesgo de los estudiantes, el esfuerzo de éstos mayor conforme la riqueza familiar es menor. En la Sección 3, extendemos el modelo incorporando esta última variable en la función de aprendizaje, y analizamos cómo se matiza el resultado anterior. Terminamos con unas breves conclusiones.

2. El modelo básico.

Partimos de la idea de que los resultados de un examen o evaluación tiene repercusiones para el estudiante, porque, en un contexto en el que los niveles de aprendizaje no son perfectamente observables, son las credenciales académicas (basadas en calificaciones de examen) los indicadores de que se sirve el mercado de trabajo para discriminar entre los estudiantes a la hora de ofrecerles empleos más o menos remunerados.

Siguiendo a Becker y Rosen (1992), supongamos que la calificación $\boldsymbol{y}$, resultado de la evaluación, se ajusta al siguiente esquema:

$$y = Y(e) + \varepsilon \qquad (1)$$

En esta expresión $\boldsymbol{Y(e)}$ representa el verdadero nivel de aprendizaje que depende del esfuerzo "$\boldsymbol{e}$". Sin pérdida de generalidad, en esta sección, supondremos que la productividad marginal del esfuerzo es $Y_e = 1$, de modo que podamos trabajar con la igualdad $\boldsymbol{Y(e) = e}$.

Por otra parte, $\boldsymbol{\varepsilon}$ es una variable aleatoria que representa los errores de evaluación en que incurre el sistema educativo. La calificación puede desviarse del verdadero nivel de aprendizaje $\boldsymbol{e}$ por la concurrencia de distintos factores, tanto subjetivos (problemas personales, por ejemplo, haber pasado una mala noche) como objetivos (defectos en diseño de la prueba, en su ejecución etc). $\boldsymbol{F(\varepsilon)}$ representará la función de distribución de $\boldsymbol{\varepsilon}$, mientras que su derivada $\boldsymbol{f(\varepsilon) = F'(\varepsilon)}$ denotará la función de densidad. Supondremos $\boldsymbol{F(\varepsilon)}$ es simétrica, con una sola moda y una media de valor cero. Por último, $\boldsymbol{P(y)}$ simbolizará la función de distribución de $\boldsymbol{y}$, que se genera a partir de $\boldsymbol{F(\varepsilon)}$ mediante la ecuación ***(1)***.

Suponemos, por simplicidad, que el rendimiento $\boldsymbol{R\ (y)}$ de la credencial académica en el mercado de trabajo se ajusta al siguiente esquema:

$$R(y) \begin{cases} R_1 = x & si\ \ y \geq y^o \\ R_2 = 0\ si\ \ y < y^o \end{cases} \qquad (2)$$

Es decir, si el estudiante obtiene una calificación superior a un nivel crítico $\boldsymbol{y^o}$**,** la sociedad o el mercado de trabajo le premia con un avance social o económico de tamaño ***"x"***, de modo que su estatus pasa a ser $W_1 = w + x$, mientras que si es inferior no mejora respecto de su nivel familiar previo, es decir, $W_2 = w$. El nivel de acreditación $\boldsymbol{y^o}$ puede interpretarse como el umbral que permite avanzar socialmente.

La probabilidad de superar el nivel $\boldsymbol{y^o}$ se puede definir de la siguiente manera, a partir de ***(1)*** y bajo el supuesto de que $\boldsymbol{F(e)}$ es simétrica:

$$P(y \geq y^o) = P(e + \varepsilon \geq y^o) = P(-\varepsilon \leq e - y^o) = F(e - y^o) = 1 - F(y^o - e) \qquad (3)$$

Las preferencias del estudiante se representan mediante la siguiente función de utilidad:

$$U(W, e) = u(W) - c(e) \qquad (4)$$

donde $u'(.) > 0, u''(.) < 0, c'(.) > 0, c''(.) > 0$. En palabras, el bienestar del estudiante depende de la posición social y económica que puede alcanzar, W, y del esfuerzo e que vaya a hacer. La utilidad marginal del dinero es positiva pero decreciente (el estudiante es renuente al riesgo), mientras que el coste marginal del esfuerzo es positivo y creciente. El supuesto de que la función $U(W, e)$ aditivamente separable, mientras simplifica el análisis considerablemente, va implicar que ni la aversión al riesgo dependa del esfuerzo ni que el coste de éste dependa del nivel de riqueza familiar.

Dada la posición social y económica de su familia, w, y dado el umbral académico y^o para avanzar socialmente, el estudiante tiene que elegir el nivel de esfuerzo e que haga máxima su función de utilidad esperada:

$$\begin{aligned} EU &= [1 - F(y^o - e)]\, u(w + x) + F(y^o - e)\, u(w) - c(e) \\ &= u(w + x) + F(y^o - e)[\, u(w + x) - u(w)] - c(e) \qquad (5) \end{aligned}$$

Las condiciones de primer y segundo orden para obtener un máximo de bienestar EU son:

$$EU' = f(y^o - Y)\, Y_e [\, u(w + x) - u(w)] - c'(e) = 0 \qquad (6)$$

y

$$EU'' = - f'(y^o - e).[\, u(w + x) - u(w)] - c''(e) < 0 \;(7) \qquad (7)$$

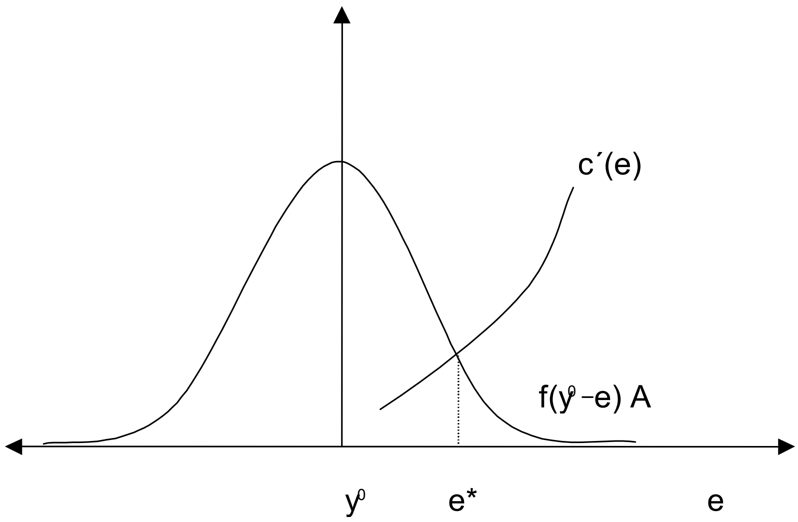
El cumplimiento de (7) se garantiza si $f'(y^o - e) \geq 0$, pero también podríamos admitir casos en que $f'(y^o - e) < 0$, siempre que su valor absoluto fuese suficientemente pequeño, es decir, satisfaga la siguiente desigualdad:

$$- f'(y^o - e) < c''(e)/[\, u(w + x) - u(w)]$$

Bajo el supuesto de que ***(7)*** se cumple, la ecuación ***(6)*** determina implícitamente el esfuerzo óptimo como una función $e^* = e(x, y^o, w)$. En el gráfico adjunto se ilustra un posible nivel de esfuerzo óptimo, para unos valores dados de x, y^o y w.

Figura 1

Determinación del esfuerzo óptimo



Para conocer cómo varía ***e**** ante cambios en los distintos parámetros o factores condicionantes basta con calcular la diferencial total de ***(7):***

$$f'(.)A\ dy^o + EU''de + f(.)\ A'_x\ dx + f(.)A_w.dw = 0 \qquad (8)$$

donde :

$$\begin{cases} f(.) = f(y^o - e), \quad f'(.) = f'(y^o - e), \\ A = u(w + x) - u(w), \quad A'_w = u'(w + x) - u'(w) \quad \text{y } A'_x = u'(w + x) \end{cases}$$

De ***(8)*** claramente se deduce que:

$$\begin{cases} \delta e^*/\delta x = f(.)A_x]/ - E''(U) > 0 \quad si\ A_x > 0 & (9) \\ \delta e^*/\delta y^o = f'(.)A / - E''(U) = 0 \quad si\ f'(.) = 0 & (10) \\ \delta e^*/\delta w = f(.)Y_e A_w]/ - E''(U) \quad < 0 \qquad si\ A_w < 0 & (11) \end{cases}$$

La interpretación de ***(9)*** es clara: si la utilidad marginal del dinero es positiva (A_x>0), entonces conforme mayor es el premio $\boldsymbol{x}$ el estudiante se esfuerza más. Por otra parte, el signo de $\boldsymbol{\delta e^{*}/\delta y^{o}}$ en ***(10)*** puede ser positivo, negativo o nulo. Una elevación de $\boldsymbol{y^{o}}$ puede aumentar el esfuerzo cuando el nivel inicial de exigencia es bajo, pero también puede reducirlo cuando es alto. Siguiendo a Landeras y Pérez de Villarreal (2003), se puede mostrar que la función $\boldsymbol{e^{*}(y^{o})}$ tiene un máximo en $\boldsymbol{y^{o} = y^{*} = e^{*}}$ cuando $\boldsymbol{f'(.) = 0}$. Dadas las características de $\boldsymbol{f(\varepsilon)}$, esta condición de máximo implica que la probabilidad de pasar el umbral ha de ser igual a la de no pasarlo, es decir, $\boldsymbol{P(y \geq y^{*}) = P(y < y^{*}) = \frac{1}{2}}$.

Por último, estudiemos ***(11),*** derivada parcial que nos caracteriza la relación entre esfuerzo estudiantil y nivel de riqueza familiar. Claramente se constata que si hay aversión al riesgo, es decir, si $\boldsymbol{A_w < 0}$, la relación es negativa: conforme la posición económica y social de la familia es más alta (más baja), los estudiantes renuentes al riesgo estudian menos (más). También se puede comprobar que si la utilidad marginal del dinero es constante (caso de neutralidad al riesgo), $\boldsymbol{A_w = 0}$, y por lo mismo, la posición económica de la familia no influye en el esfuerzo. De esta manera, la hipótesis de aversión al riesgo resulta crucial para establecer una relación negativa entre estas dos variables.

3. Un modelo más complejo : la influencia familiar en el aprendizaje.

Del modelo anterior cabe criticar que no tiene en cuenta la influencia de la familia en la función de aprendizaje del estudiante. ¿Cómo se altera el resultado anterior si incorporamos un efecto productividad? Con este fin, reformulamos el esquema ***(1)*** de la manera siguiente:

$$y = Y[h(w), e] + \varepsilon \qquad (1')$$

En esta nueva expresión ***Y[.]*** representa el verdadero nivel de aprendizaje que depende ahora, entre otras variables[1], de la habilidad "***h***" y del esfuerzo "***e***", de modo que $\boldsymbol{Y_h > 0}$, $\boldsymbol{Y_e > 0}$, $\boldsymbol{Y_{ee} < 0}$ y $\boldsymbol{Y_{eh} > 0}$. La última derivada indica que la productividad marginal del esfuerzo aumenta con la habilidad. Por otra parte, recogemos la posibilidad de influencia positiva del nivel

[1] Hay también otros factores importantes que inciden en el aprendizaje de un alumno determinado como son los recursos docentes (número y calidad de profesores) y la calidad media del grupo de alumnos de la clase. Sin embargo, la influencia de estos factores no se tendrá en cuenta en esta comunicación.

socioeconómico de la familia w en la habilidad del estudiante, de modo que $h_w > 0$. Por simplicidad denotaremos $Y_{hw} = Y_h \, x \, h_w$ y $Y_{ehw} = Y_{eh} \, x \, h_w$.[2]

Las condiciones de primer y segundo orden para obtener un máximo de bienestar EU son ahora:

$$EU' = f(y^o - Y)\, Y_e [\, u(w + x) - u(w)] - c'(e) = 0 \qquad (6')$$

y

$$EU'' = [\, -f'(y^o - Y)\, Y_e^2 + f(y^o - Y)\, Y_{ee}\,].[\, u(w + x) - u(w)] - c''(e) < 0 \qquad (7')$$

El cumplimiento de *(7')* se garantiza ahora si se cumple:

$$-f'(y^o - Y) < [\, c''(e)/ Y_e^2\,] - f(y^o - Y).[Y_{ee} / Y_e^2\,].[\, u(w + x) - u(w)]$$

La diferencial total de *(6')* es:

$$f'(.) Y_e A\, dy^o - EU''de + f(.)\, \mathrm{A'}_x\, dx + [\, -f'(.) Y_{hw} Y_e A + f(.) Y_{ehw} A + f(.) Y_e A_w] dw = 0 \qquad (8')$$

donde ahora $f(.) = f(y^o - Y)$, $f'(.) = f'(y^o - Y)$,

Las nuevas expresiones para las derivadas parciales son :

$$\delta e^*/\delta x = f(.) Y_e A_x]/ - E''(U) > 0 \qquad si\ A_x > 0 \qquad (8')$$

$$\delta e^*/\delta y^o = f'(.) Y_e A / - E''(U) = 0 \qquad si\ f'(.) = 0 \qquad (9')$$

$$\delta e^*/\delta w = [-f'(.) Y_{hw} Y_e A + f(.) Y_{ehw} A + f(.) Y_e A_w\,]/ - E''(U) \qquad (10')$$

Los comentarios sobre *(8') y (9')* se mantienen dado que $Y_e > 0$. En el caso de *(10')*, sin embargo, hay que hacer matizaciones. En principio, el signo de esta derivada es ambiguo, pues hay tres efectos que concurren: el efecto de aversión al riesgo, el efecto productividad directo y el efecto

---

[2] Por ejemplo, podríamos trabajar con una función tipo Cobb-Douglas, $Y = h(w)^{\alpha}.e^{\beta} = w^{\gamma\alpha}.e^{\beta}$, donde $\alpha > 0$ y $\beta > 0$ son las elasticidades del aprendizaje respecto a la habilidad y el esfuerzo, respectivamente, y donde $\gamma > 0$ es la elasticidad de la habilidad respecto al *background* familiar.-

productividad cruzado. Pero si consideramos el nivel $\boldsymbol{y^*}$[3]que hace máximo el esfuerzo optimo $\boldsymbol{e^*}$, sabemos que $\boldsymbol{f'(.) = 0}$, y por lo mismo

$$\textbf{\textit{Signo}}\ (\delta e^*/\delta w) = \textbf{\textit{signo}}\ [\, f(.)Y_{ehw}A + f(.)Y_eA_w \,] = \textbf{\textit{signo}}\ [Y_{ehw}/Y_e + A_w/A]$$

Ahora bien $\boldsymbol{- A_w/A}$ es la medida de aversión absoluta de Pratt –Arrow .(Véase nota adjunta). Luego cabe romper la ambigüedad en los términos siguientes:

$$\begin{cases} \text{Si} \quad - A_w/A > Y_{ehw}/Y_e\,, & \text{entonces} \quad \delta e^*/\delta w < 0 \\ \text{Si} \quad - A_w/A < Y_{ehw}/Y_e, & \text{entonces} \quad \delta e^*/\delta w > 0 \\ \text{Si} \quad - A_w/A = Y_{ehw}/Y_e, & \text{entonces} \quad \delta e^*/\delta w = 0 \end{cases}$$

En palabras, el efecto del background familiar sobre el esfuerzo es negativo cuando la aversión al riesgo es suficientemente alta. “Suficientemente alta” significa aquí que el grado de aversión al riesgo supere el cociente entre las productividades marginales indirecta de $\boldsymbol{w}$ y directa de $\boldsymbol{e}$. Parece lógico suponer que $\boldsymbol{Y_{ehw} < Y_e}$ e incluso que $\boldsymbol{Y_{ehw}}$ no sea de valor alto (por ser un efecto cruzado) y porque la influencia de $\boldsymbol{w}$ sobre $\boldsymbol{h}$ puede ser asimismo muy pequeña.

4. <u>Conclusiones</u>.

En esta comunicación se ha abordado la siguiente cuestión: ¿Los hijos de las familias más pudientes se esfuerzan más o menos que los de las familias más modestas?. Desde un modelo de evaluación imperfecta del aprendizaje, realizada con fines de inserción en el mercado de trabajo, hemos ofrecido las siguientes respuestas: 1) Si el estudiante tiene aversión al riesgo, tiende a estudiar menos conforme el nivel de riqueza familiar aumenta, debido a que en estas circunstancias la utilidad marginal del premio por esforzarse mucho es menor para el alumno rico que para el pobre; y 2) Incluso en el caso de que el nivel económico de la familia influya también en el aprendizaje, de modo que la ayuda familiar resulte complementaria o cooperativa con el esfuerzo, si la aversión al riesgo es suficientemente alta, puede mantenerse el resultado anterior. Obviamente,

[3] En una sociedad donde se valora el mérito, donde el sistema educativo persigue, como objetivo básico, que los estudiantes se esfuercen al máximo, cabe suponer que el nivel de exigencia $\boldsymbol{y^o}$ establecido sea aquel que provoque el esfuerzo $\boldsymbol{e^*}$ más alto.

en un contexto de neutralidad al riesgo, la relación inversa entre esfuerzo estudiantil y riqueza familiar no se sostiene.

Referencias bibliográficas

Becker, W. and Rosen, S. (1992), "The Learning Effect of Assessment and Evaluation in High School", *Economics of Education Review*, 11, 107-118.

Landeras, P y J. M. Pérez de Villarreal (2003): "Promoting Student's Effort: Standards versus Tournaments". *Papeles de Trabajo del Instituto de Estudios Fiscales, nº 18, 2003*

Lin, Ch. y Ch. Lai (1996): " Why parents and teachers may prefer punishment to encouragement ford child education?", *Southern Economic journal*, 63, 244-247

San Segundo, M.J. (1998): "Igualdad de Oportunidades educativas". *Ekonomiaz,* nº 40, primer Cuatrimestre.

APENDICE

NOTA SOBRE EL GRADO DE AVERSION AL RIESGO

$$U' = \Delta U / \Delta W$$

Sea $\Delta W = (w + x) - (w) = x$

$$A = U(w + x) - U(w) = \Delta U$$

$$U'(w) = \lim (A / x), \qquad x \longrightarrow 0$$

$$A = U'(w) . x$$

$$A_w = U''(w) . x$$

De donde:

Grado de Aversión Absoluta al Riesgo (**AAR**) = $- A_w / A$